

09 МЕТОДОЛОГИЈА ПРОРАЧУНА ТОПЛОТНИХ ПЕРФОРМАНСИ ШАРЖНИХ РЕКУПЕРАТИВНИХ РАЗМЕЊИВАЧА ТОПЛОТЕ

Методологија прорачуна шаржних размењивача топлоте се базира на постављању једначине топлотног биланса и система једначина помоћу којих се израчунава интензитет размене топлоте. Као и код стационарних рекуперативних размењивача топлоте, сматра се да је промена укупне специфичне енергије једнака промени специфичне енталпије флуидне струје, односно да важи једначина (4.2).

У општем случају код шаржних размењивача топлоте се, као и код проточних, могу поставити два различита задатка: димензионисање новог и контролни прорачун постојећег апарата.

Димензионисање новог апарата подразумева одређивање потребне површине и облика апарата, на бази технолошких захтева који садрже податке о количини процесног флуида, његовим температурама на почетку и на крају процеса, времену третирања шарже, као и податке о проточном флуиду (температура, притисак, расположиви проток).

У оквиру контролних прорачуна постојећих (конструкционо дефинисаних) размењивача, може се захтевати одређивање:

- времена потребног за топлотни третман (грејање, хлађење или достизање одређене концентрације) на основу задате количине радне материје и задатих почетних и крајњих температура;
- количине радне материје која се може, за задати временски интервал и почетну и крајњу температуру, обрадити у оквиру једне шарже;
- крајње температуре радне материје према задатом времену трајања процеса, задатој количини радне материје и њеној температури на почетку процеса.

Математички опис операције загревања, односно хлађења, радне материје се поставља уз претпоставку да је радна материја у току операције потпуно измешана по запремини апарата (модел идеалног мешања), што значи да је температура у посуди једнака у свакој тачки запремине. Ова претпоставка је потпуно оправдана у случају апарата са мешалицама, а веома често се овај модел примењује и када је апарат израђен без мешалице, водећи, наравно, рачуна о грешкама које се услед ове апроксимације могу при прорачуну евентуално јавити Ш09.1 Ђ. За проточни флуид се најчешће примењује модел клипног струјања.

Уколико се у апарату налази мешалица, при постављању једначина топлотног биланса потребно је водити рачуна о количини топлоте која се ослобађа услед механичког рада мешалице. Обично се при загревању радног медијума овако ослобођена топлота не узима у обзир, па се на тај начин прорачун спроводи са већим степеном сигурности. Када се радни медијум хлади, топлотни ефекат рада мешалице се мора узети у обзир, јер се од радне материје у том случају мора одвести већа количина топлоте.

Остале претпоставке које се користити при изради математичког описа рада шаржних размењивача топлоте су:

- термофизичка својства флуида се не мењају значајно дуж површине за размену топлоте, односно у току обављања операције, па се прорачун са довољном тачношћу може спровести са осредњеним вредностима;

- коефицијент пролаза топлоте се не мења значајно дуж површине за размену топлоте, односно у току обављања операције, па се прорачун обавља са осредњеном (константном) вредношћу;
- губици топлоте у околину се занемарују;
- радни притисци са стране оба радна флуида су константни.

Топлотне операције у шаржним рекуперативним размењивачима топлоте се најчешће одвијају на следећи начин:

- радна материја се загрева, а проточни флуид се хлади или се кондензује;
- радна материја се хлади, при чему се проточни флуид загрева или испарава;
- радна материја се испарава, односно упарава, а проточни флуид се хлади или се кондензује.

Ако проточни флуид не мења фазу при струјању кроз шаржни размењивач топлоте онда се операција може водити тако да се проток и температура проточног флуида на улазу у размењивач не мењају за време трајања операције. То значи да се температура проточног флуида на излазу из апарата непрекидно мења. Топлотне операције у шаржним рекуперативним размењивачима се могу водити и на друге начине, али се наведени начин најчешће примењује, јер је лако остварив у пракси, па ће методологија прорачуна бити детаљније анализирана за овај случај.

09.1 СРЕДЊА ТЕМПЕРАТУРСКА РАЗЛИКА У ПРОИЗВОЉНОМ ВРЕМЕНСКОМ ТРЕНУТКУ КОД ШАРЖНИХ РЕКУПЕРАТИВНИХ РАЗМЕЊИВАЧА ТОПЛОТЕ

За разлику од проточних размењивача код којих су температуре радних флуида функције координата система, код шаржних размењивача постоји и зависност температура од времена обављања операције.

09.1.1 Загревање радне материје помоћу проточног флуида који не мења фазу

Ако су испуњене претпоставке о идеалном мешању радне материје и клипном струјању проточног флуида, онда једначина топлотног биланса, у произвољном временском тренутку (слика 09.1), за бесконачно мали сегмент површине за размену топлоте, гласи

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_b = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_b + dt_b) + d\dot{Q} \quad (09.1)$$

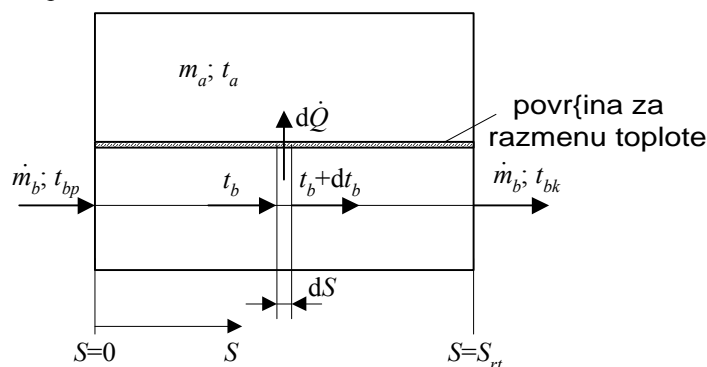
при чему је топлотна снага на сегменту, према једначини (4.6), једнака

$$d\dot{Q} = k \cdot (t_b - t_a) \cdot dS \quad (09.2)$$

где су:

- t_a , °C, температуре радне материје у произвољном временском тренутку;
- t_b , °C, температуре проточног флуида у произвољном временском тренутку у произвољном пресеку апарата;
- \dot{m}_b , kg/s, масени проток проточног флуида;
- c_b , J/(kg · K), специфични топлотни капацитет проточног флуида при константном притиску;
- k , W/(m² · K), коефицијент пролаза топлоте;

- S, m^2 , површина.



Слика 09.1 Шематски приказ загревања радне материје помоћу проточног флуида који не мења фазу

У даљој анализи су коришћене следеће величине, које се јављају и на слици 09.1:

- $t_{bp}, ^\circ C$, температуре проточног флуида на улазу у апарат;
- $t_{bk}, ^\circ C$, температуре проточног флуида на излазу из апарата у произвољном временском тренутку;
- m_a, kg , маса радне материје;
- S_{rt}, m^2 , величина површине за размену топлоте.

На основу једначина (09.1) и (09.2) долази се до израза

$$\int_0^{S_{rt}} \frac{k}{\dot{m}_b \cdot c_b} \cdot dS = - \int_{t_{bp}}^{t_{bk}} \frac{dt_b}{t_b - t_a} \quad (09.3)$$

Након интеграљења се добија број јединица преноса за проточни флуид

$$NTU_b = \frac{k \cdot S_{rt}}{\dot{m}_b \cdot c_b} = \ln \frac{t_{bp} - t_a}{t_{bk} - t_a} = const \quad (09.4)$$

који има константну вредност у произвољном временском тренутку, па значи и у сваком тренутку обављања операције.

Топлотна снага размењивача у произвољном временском тренутку се може добити помоћу израза

$$\dot{Q} = k \cdot S_{rt} \cdot \Delta t_{sr} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{bp} - t_{bk}) \quad (09.5)$$

одакле следи да средња температурска разлика износи

$$\Delta t_{sr} = \frac{t_{bp} - t_{bk}}{\ln \frac{t_{bp} - t_a}{t_{bk} - t_a}} = \frac{(t_{bp} - t_a) - (t_{bk} - t_a)}{\ln \frac{t_{bp} - t_a}{t_{bk} - t_a}} = \Delta t_{ln} \quad (09.6)$$

што значи да је она једнака средњој логаритамској разлици температура.

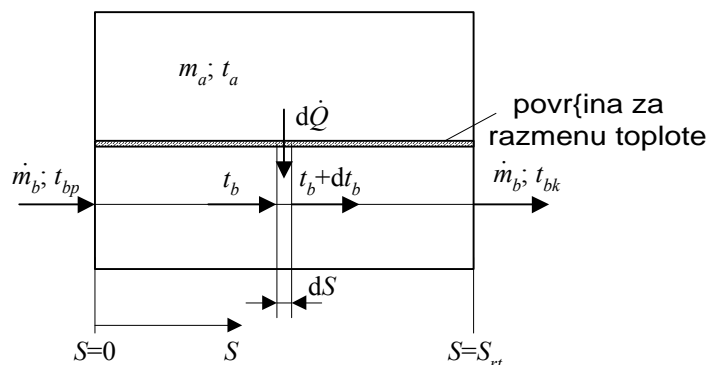
09.1.2 Хлађење радне материје помоћу флуида који не мења фазу

У случају хлађења радне материје (слика 09.2) једначина топлотног биланса на елементарном сегменту површине гласи

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_b + d\dot{Q} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_b + dt_b) \quad (11.7)$$

при чему је топлотна снага на сегменту

$$d\dot{Q} = k \cdot (t_a - t_b) \cdot dS \quad (11.8)$$



Слика 11.2 Шематски приказ хлађења радне материје помоћу проточног флуида који не мења фазу

Замењујући (11.8) у (11.7) добија се

$$\int_0^{S_{rt}} \frac{k}{\dot{m}_b \cdot c_b} \cdot dS = \int_{t_{bp}}^{t_{bk}} \frac{dt_b}{t_a - t_b} \quad (11.9)$$

што је израз идентичан изразу (11.3). То значи да се број јединица преноса проточног флуида може изразити на идентичан начин као у случају загревања

$$NTU_b = \frac{k \cdot S_{rt}}{\dot{m}_b \cdot c_b} = \ln \frac{t_a - t_{bp}}{t_a - t_{bk}} = const \quad (11.10)$$

У произвољном временском тренутку топлотна снага размењивача се може изразити у облику

$$\dot{Q} = k \cdot S_{rt} \cdot \Delta t_{sr} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{bk} - t_{bp}) \quad (11.11)$$

одакле следи

$$\Delta t_{sr} = \frac{t_{bk} - t_{bp}}{\ln \frac{t_a - t_{bp}}{t_a - t_{bk}}} = \frac{(t_a - t_{bp}) - (t_a - t_{bk})}{\ln \frac{t_a - t_{bp}}{t_a - t_{bk}}} = \Delta t_{ln} \quad (11.12)$$

што значи да је средња температурска разлика једнака средњој логаритамској разлици температура.

11.1.3 Загревање радне материје помоћу паре која се кондензује

Загревање радне материје се може вршити и помоћу сувозасићене паре која се у шаржном размењивачу топлоте кондензује без потхлађивања кондензата, што значи да је $t_{bp} = t_{bk} = t_{kond} = const$. У произвољном временском тренутку температуре радних флуида не зависе од координата, што значи да је средња температурска разлика

$$\Delta t_{sr} = t_{kond} - t_a \quad (11.13)$$

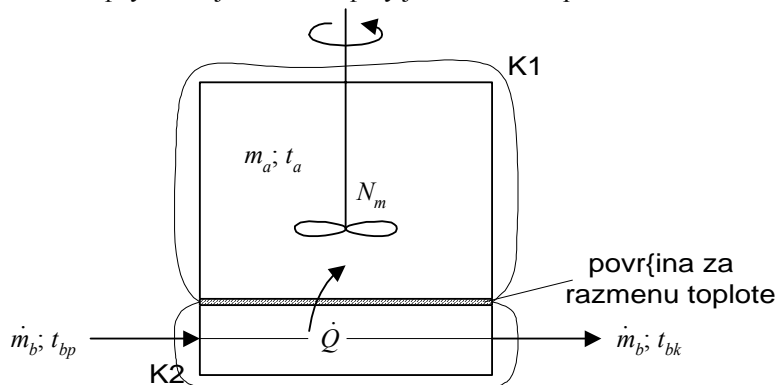
11.1.4 Хлађење радне материје помоћу течности која испарава

Ако се хлађење шарже одвија услед испаравања проточног флуида, у произвољном временском тренутку температура проточног флуида је константна ($t_{bp} = t_{bk} = t_{isp} = const$), што значи да температуре оба флуида не зависе од координате. Средња температурска разлика, у овом случају, износи

$$\Delta t_{sr} = t_a - t_{isp} \quad (11.14)$$

11.2 ЗАГРЕВАЊЕ РАДНЕ МАТЕРИЈЕ У ШАРЖНОМ РАЗМЕЊИВАЧУ ТОПЛОТЕ ПОМОЋУ ПРОТОЧНОГ ФЛУИДА КОЈИ НЕ МЕЊА ФАЗУ

Шаржни размењивач топлоте са мешалицом код кога се радна материја загрева помоћу проточног флуида који не мења фазу је шематски приказан на слици 11.3.



Слика 11.3 Шематски приказ шаржног размењивача топлоте са мешалицом код кога се радна материја загрева помоћу проточног флуида који не мења фазу

На основу општег правила постављања билансних једначина описаних у одељку 1.6, једначина топлотног биланса за шаржу (контура K1) гласи

$$\dot{Q} + N_m = m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (11.15)$$

а билансна једначина за проточни флуид (контура K2) је

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{bp} = \dot{Q} + \dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{dk} \quad (11.16)$$

где су:

- N_m, W , ефективна снага мешалице;
- $c_a, J/(kg \cdot K)$, специфични топлотни капацитет шарже при константном притиску;
- τ, s , време.

На основу (09.4) следи

$$t_{bk} = t_a + (t_{bp} - t_a) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.17)$$

односно

$$\Delta t_{sr} = \frac{t_{bp} - t_{bk}}{NTU_b} = (t_{bp} - t_a) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \quad (09.18)$$

Из једначина (09.5) и (09.15) следи

$$N_m + k \cdot S_{rt} \cdot \Delta t_{sr} = m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.19)$$

па се коришћењем (09.18) добија диференцијална једначина

$$\frac{dt_a}{d\tau} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot t_a = \frac{N_m}{m_a \cdot c_a} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot t_{bp} \quad (09.20)$$

чије је опште решење

$$t_a = C_1 + C_2 \cdot \exp\left[-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot \tau\right] \quad (09.21)$$

Почетни услов за одређивање интеграционих константи је да у почетном тренутку $\tau = 0$ температура радне материје износи $t_a = t_{ap}$, па се у коначном облику добија веза између температуре радне материје и времена одвијања операције

$$t_a = t_{bp} + \Delta t_{am} - (t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \exp\left[-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot \tau\right] \quad (09.22)$$

где је $\Delta t_{am}, ^\circ C$, повишење температуре радне материје услед рада мешалице

$$\Delta t_{am} = \frac{N_m}{k \cdot S_{rt} \cdot \left[\frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b}\right]} \quad (09.23)$$

Уколико се дефинише број јединица преноса за радну материју

$$NTU_a = \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau \quad (09.24)$$

и однос топлотних еквивалената у облику

$$R_b = \frac{\dot{m}_b \cdot c_b}{m_a \cdot c_a} \quad (09.25)$$

може се успоставити веза између броја јединица преноса за проточни флуид и радну материју у облику

$$NTU_a = R_b \cdot NTU_b \quad (09.26)$$

Према изразу (09.22) добија се

$$t_a = t_{bp} + \Delta t_{am} - (t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\} \quad (09.27)$$

одакле следи да се температура радне материје може изразити у бездимензионом облику

$$\Theta_a = \frac{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_a}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\} \quad (09.28)$$

Средња температуре шарже у току времена τ је

$$t_{a,sr} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} t_a(\tau) d\tau \quad (09.29)$$

одакле се након уношења једначине (09.22) добија

$$t_{a,sr} = t_{bp} + \Delta t_{am} - (t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \exp\left[-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot \tau\right] \cdot d\tau \quad (09.30)$$

Након интеграљења средња температура радне материје за време трајања операције износи

$$t_{a,sr} = t_{bp} + \Delta t_{am} - (t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \frac{1 - \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\}}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.31)$$

па се средња вредност температуре шарже може изразити у бездимензионом облику

$$\Theta_{a,sr} = \frac{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{a,sr}}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = \frac{1 - \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\}}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.32)$$

односно

$$\Theta_{a,sr} = \frac{1 - \Theta_a}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.33)$$

На основу израза (09.4) може се температура проточног флуида на излазу из апарата у произвољном временском тренутку изразити у облику

$$t_{bk} = t_a + (t_{bp} - t_a) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.34)$$

а према једначини (09.28) разлика температура проточног флуида на улазу и радне материје је

$$t_{bp} - t_a = (t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \Theta_a - \Delta t_{am} \quad (09.35)$$

Температура проточног флуида на излазу из апарата у било ком временском тренутку се може израчунати на основу

$$t_{bk} = t_{bp} - [(t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \Theta_a - \Delta t_{am}] \cdot [1 - \exp(-NTU_b)] \quad (09.36)$$

или у бездимензионом облику

$$\Theta_b = \frac{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{bk}}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = \Theta_a - \exp(-NTU_b) \cdot (\Theta_a - \vartheta_m) \quad (09.37)$$

где је

$$\vartheta_m = \frac{\Delta t_{am}}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} \quad (09.38)$$

Средња температура проточног флуида за време грејања шарже износи

$$t_{b,sr} = t_{a,sr} + (t_{bp} - t_{a,sr}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \quad (09.39)$$

одакле се средња вредност температуре проточног флуида може исказати у бездимензионом облику

$$\Theta_{b,sr} = \frac{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{b,sr}}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = (\Theta_{a,sr} - \mathcal{G}_m) \cdot \left[1 - \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \right] + \mathcal{G}_m \quad (09.40)$$

На основу једначине (09.4) следи да средња температура проточног флуида на излазу из апарата за време грејања шарже износи

$$t_{bk,sr} = t_{a,sr} + (t_{bp} - t_{a,sr}) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.41)$$

или у бездимензионом облику

$$\Theta_{bk,sr} = \frac{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{bk,sr}}{t_{bp} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = \Theta_{a,sr} - (\Theta_{a,sr} - \mathcal{G}_m) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.42)$$

На основу билансне једначине (09.15) од почетка операције до произвољног временског тренутка се добија

$$N_m \cdot \tau + \dot{Q}_{sr} \cdot \tau = m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap}) \quad (09.43)$$

односно

$$N_m \cdot \tau + k \cdot S_{rt} \cdot (t_{b,sr} - t_{a,sr}) \cdot \tau = m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap}) \quad (09.44)$$

а на основу билансне једначине (09.16) следи

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{bp} \cdot \tau = \dot{Q}_{sr} \cdot \tau + \dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{bk,sr} \cdot \tau \quad (09.45)$$

односно

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{bp} - t_{bk,sr}) \cdot \tau = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{b,sr} - t_{a,sr}) \cdot \tau \quad (09.46)$$

где је средња топлотна снага која се размењује преко површине за размену топлоте

$$\dot{Q}_{sr} = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{b,sr} - t_{a,sr}) \quad (09.48)$$

Средња топлотна снага за шаржу износи

$$\dot{Q}_{a,sr} = \frac{m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap})}{\tau} \quad (09.47)$$

а средња топлотна снага за проточни флуид

$$\dot{Q}_{b,sr} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{b,p} - t_{bk,sr}) \quad (09.49)$$

при чему је веза између њих дата изразом

$$\dot{Q}_{a,sr} - N_m = \dot{Q}_{sr} = \dot{Q}_{b,sr} \quad (09.50)$$

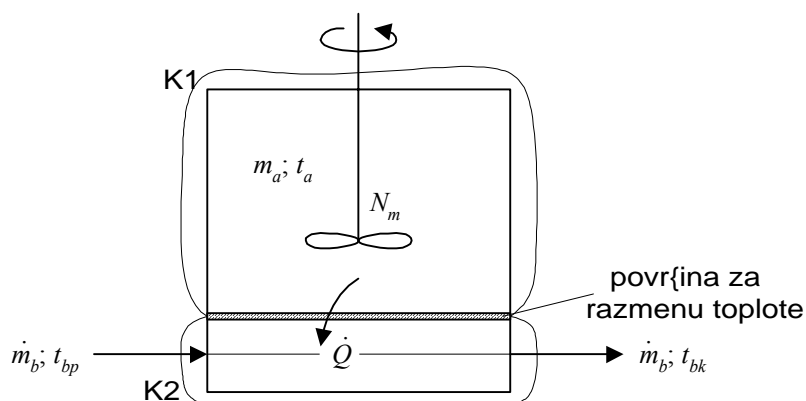
09.3 ХЛАЂЕЊЕ РАДНЕ МАТЕРИЈЕ У ШАРЖНОМ РАЗМЕЊИВАЧУ ТОПЛОТЕ ПОМОЋУ ПРОТОЧНОГ ФЛУИДА КОЈИ НЕ МЕЊА ФАЗУ

На слици 09.4 шематски приказан шаржни размењивач топлоте са мешалицом код кога се радна материја хлади помоћу проточног флуида који не мења фазу.

Једначине топлотних биланса за контуре К1 и К2 гласе

$$N_m = \dot{Q} + m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.51)$$

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{bp} + \dot{Q} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot t_{bk} \quad (09.52)$$



Слика 09.4 Шематски приказ шаржног размењивача топлоте са мешалицом код кога се радна материја хлади помоћу проточног флуида који не мења фазу

На основу (09.10) следи

$$t_{bk} = t_a - (t_a - t_{bp}) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.53)$$

односно према (09.12)

$$\Delta t_{sr} = \frac{t_{bk} - t_{bp}}{NTU_b} = (t_a - t_{bp}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \quad (09.54)$$

Из једначина (09.11) и (09.51) следи

$$N_m = k \cdot S_{rt} \cdot \Delta t_{sr} + m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.55)$$

па се с обзиром на (09.54) добија диференцијална једначина

$$\frac{dt_a}{d\tau} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot t_a = \frac{N_m}{m_a \cdot c_a} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot t_{bp} \quad (09.56)$$

која се решава уз почетни услов да у почетном тренутку $\tau = 0$ температура радне материје износи $t_a = t_{ap}$.

Опште решење једначине (09.56) гласи

$$t_a = C_1 + C_2 \cdot \exp\left[-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \cdot \tau\right] \quad (09.57)$$

а у коначном облику се добија веза између температуре радне материје и времена одвијања операције идентично као у случају загревања шарже (09.22) односно (09.27)

$$t_a = t_{bp} + \Delta t_{am} + (t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}) \cdot \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\} \quad (09.58)$$

или у бездимензионом облику

$$\Theta_a = \frac{t_a - t_{bp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}} = \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\} \quad (09.59)$$

Средња температура радне материје за време трајања операције износи

$$t_{a,sr} = t_{bp} + \Delta t_{am} + (t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}) \cdot \frac{1 - \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\}}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.60)$$

или у бездимензионом облику

$$\Theta_{a,sr} = \frac{t_{a,sr} - t_{bp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}} = \frac{1 - \exp\{-R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]\}}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.61)$$

односно

$$\Theta_{a,sr} = \frac{1 - \Theta_a}{R_b \cdot [1 - \exp(-NTU_b)]} \quad (09.62)$$

Температура проточног флуида на излазу из апарата у било ком временском тренутку се може израчунати на основу

$$t_{bk} = t_a - (t_a - t_{bp}) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.63)$$

односно у бездимензионом облику

$$\Theta_b = \frac{t_{bk} - t_{bp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}} = \Theta_a - \exp(-NTU_b) \cdot (\Theta_a + \mathcal{G}_m) \quad (09.64)$$

где је

$$\mathcal{G}_m = \frac{\Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}} \quad (09.65)$$

Средња температура проточног флуида за време хлађења шарже износи

$$t_{b,sr} = t_{a,sr} - (t_{a,sr} - t_{bp}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b} \quad (09.66)$$

односно у бездимензионом облику

$$\Theta_{b,sr} = \frac{t_{b,sr} - t_{bp} - \Delta t_{am}}{t_{a,p} - t_{bp} - \Delta t_{am}} = (\Theta_{a,sr} + \mathcal{G}_m) \cdot \left[1 - \frac{1 - \exp(-NTU_b)}{NTU_b}\right] - \mathcal{G}_m \quad (09.67)$$

Средња температура проточног флуида на излазу из апарата за време хлађења шарже износи

$$t_{bk,sr} = t_{a,sr} - (t_{a,sr} - t_{bp}) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.68)$$

односно у бездимензионом облику

$$\Theta_{bk,sr} = \frac{t_{bk,sr} - t_{bp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{bp} - \Delta t_{am}} = \Theta_{a,sr} - (\Theta_{a,sr} + \mathcal{G}_m) \cdot \exp(-NTU_b) \quad (09.69)$$

На основу билансне једначине (09.51) за произвољни временски тренутак се добија

$$N_m \cdot \tau + m_a \cdot c_a \cdot (t_{ap} - t_a) = \dot{Q}_{sr} \cdot \tau \quad (09.70)$$

односно

$$N_m \cdot \tau + m_a \cdot c_a \cdot (t_{ap} - t_a) = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{b,sr}) \cdot \tau \quad (09.71)$$

а на основу билансне једначине (09.52) следи

$$\dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{bk,sr} - t_{bp}) \cdot \tau = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{b,sr}) \cdot \tau \quad (09.72)$$

где је средња топлотна снага која се размењује преко површине за размену топлоте

$$\dot{Q}_{sr} = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{b,sr}) \quad (09.73)$$

Средња топлотна снага за шаржу износи

$$\dot{Q}_{a,sr} = \frac{m_a \cdot c_a \cdot (t_{ap} - t_a)}{\tau} \quad (09.74)$$

а средња снага за проточни флуид је

$$\dot{Q}_{b,sr} = \dot{m}_b \cdot c_b \cdot (t_{bk,sr} - t_{bp}) \quad (09.75)$$

при чему је веза између њих дата изразом

$$\dot{Q}_{a,sr} + N_m = \dot{Q}_{sr} = \dot{Q}_{b,sr} \quad (09.76)$$

09.4 ДИЈАГРАМИ ТОПЛОТНИХ ПАРАМЕТАРА ШАРЖНИХ РЕКУПЕРАТИВНИХ РАЗМЕЊИВАЧА ТОПЛОТЕ

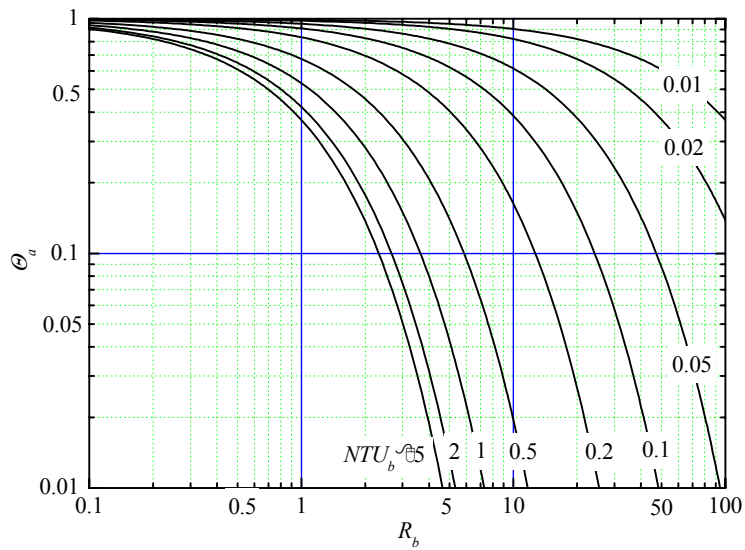
За инжењерску праксу је погодно да се одређени број топлотних параметара шаржних рекуперативних размењивача топлоте, код којих проточни флуид не мења фазу, прикаже помоћу дијаграма. Погодан облик ових дијаграма је приказ бездимензионих односа температура у облику $\Theta_a = f(R_b; NTU_b)$, при чему је NTU_b параметар. Дијаграми дати на сликама 09.5, 09.6, 09.7 и 09.8 важе и у случају загревања и у случају хлађења радне материје, при чему је код дијаграма на сликама 09.7 и 09.8 занемарен топлотни ефекат рада мешалице ($N_m = 0$).

На дијаграмима на сликама 09.5, 09.6 и 09.7 може се уочити да постоји криве за $NTU_b \geq 5$, што значи да су разлике за случајеве $NTU_b = 5$ и $NTU_b > 5$ занемарљиве.

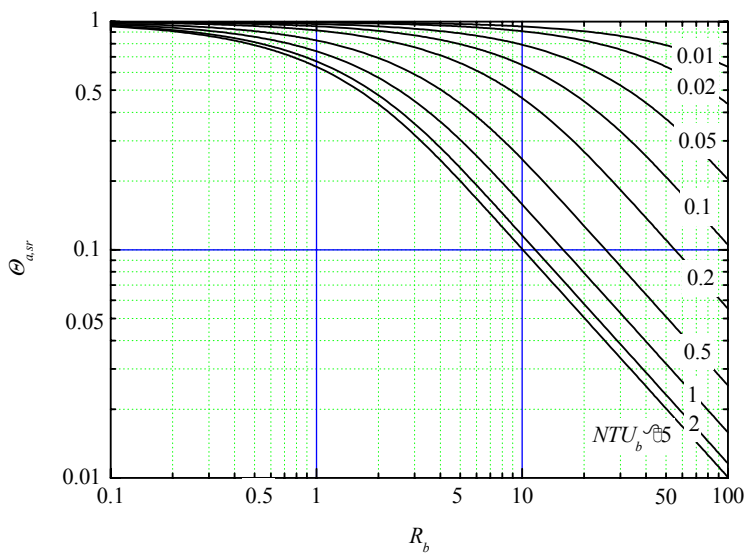
Помоћу дијаграма на сликама 09.6 и 09.8 лако се одређују средње температуре флуида за време трајања топлотне операције, на основу којих је могуће одредити термофизичка својства потребна за прорачун коефицијената прелаза топлоте.

За практичне прорачуне од користи још може бити однос топлотне снаге у произвољном временском тренутку и максималне топлотне снаге шаржног размењивача топлоте која се постиже у почетном временском тренутку. За случај загревања радне материје помоћу проточног флуида који не мења фазу овај однос износи

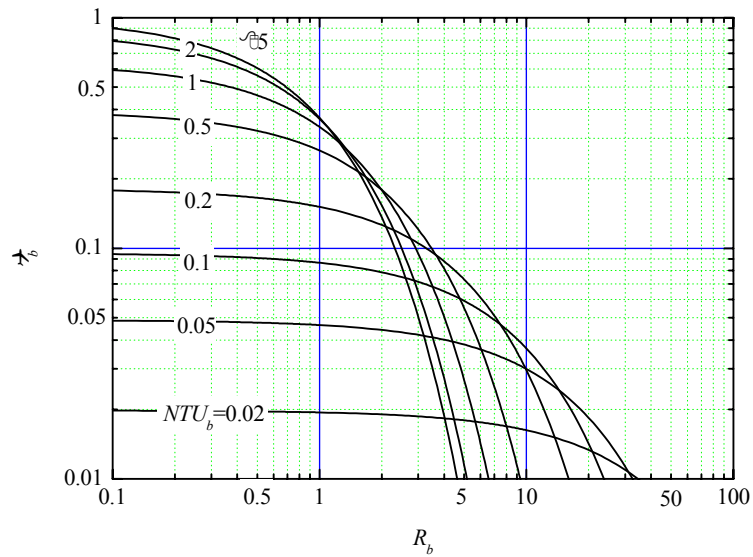
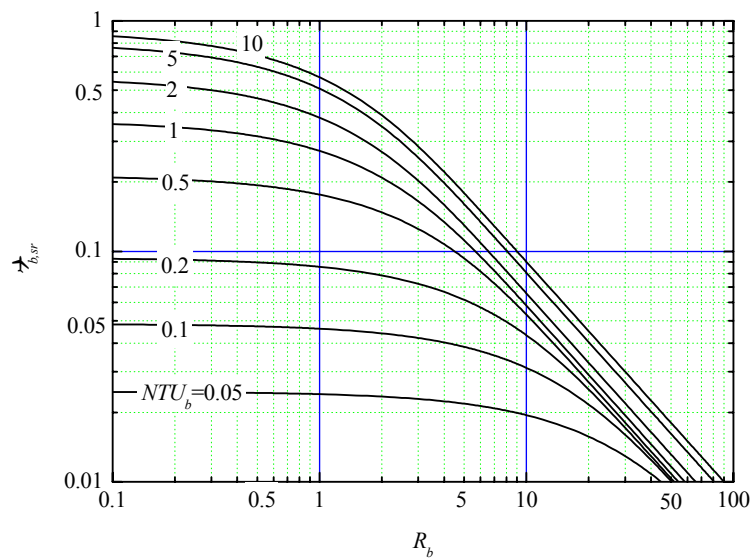
$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{k \cdot S_{rt} \cdot (t_{b,sr} - t_a)}{k \cdot S_{rt} \cdot (t_{b,sr} - t_a)_{\tau=0}} \quad (09.77)$$



Слика 09.5 θ_a у функцији R_b и NTU_b



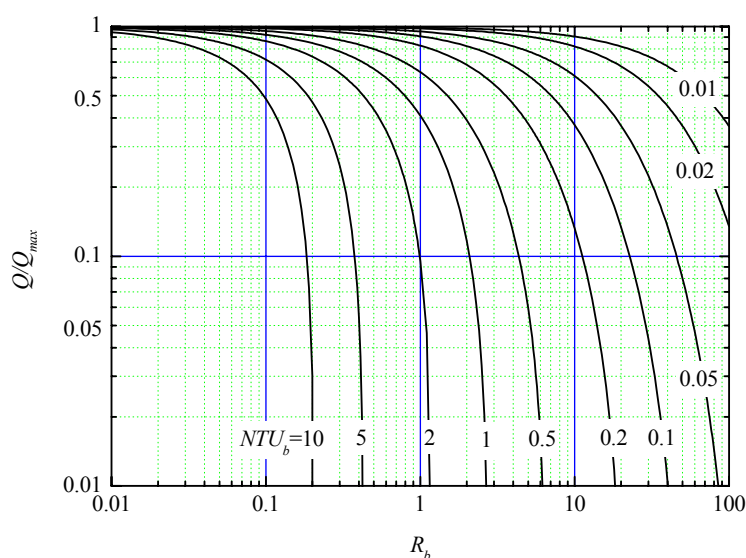
Слика 09.6 $\theta_{a,sr}$ у функцији R_b и NTU_b

Слика 09.7 ϵ_b у функцији R_b и NTU_b када је $N_m = 0$ Слика 09.8 $\epsilon_{b,sr}$ у функцији R_b и NTU_b када је $N_m = 0$

одакле се добија

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\Theta_a - \Theta_{bsr}}{NTU_b} \quad (09.78)$$

У случају хлађења радне материје помоћу проточног флуида који не мења фазу добија се идентичан израз. На слици 09.9 приказан је дијаграм промене \dot{Q}/\dot{Q}_{max} у случају када је занемарен топлотни ефекат рада мешалице ($N_m = 0$).



Слика 09.9 \dot{Q}/\dot{Q}_{max} у функцији R_b и NTU_b када је $N_m = 0$

09.5 ЗАГРЕВАЊЕ РАДНЕ МАТЕРИЈЕ У ШАРЖНОМ РАЗМЕЊИВАЧУ ТОПЛОТЕ ПОМОЋУ ПРОТОЧНОГ ФЛУИДА КОЈИ СЕ КОНДЕНЗУЈЕ

Загревање радне материје у шаржном размењивачу топлоте помоћу проточног флуида који се кондензује (на улазу је сувозасићена пара, а на излазу течност на температури кључања) је приказано на слици 09.10.

Билансна једначина контуру К1 гласи

$$\dot{Q} + N_m = m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.79)$$

а за контуру К2 је

$$\dot{m}_b \cdot h_{bp} = \dot{Q} + \dot{m}_b \cdot h_{bk} \quad (09.80)$$

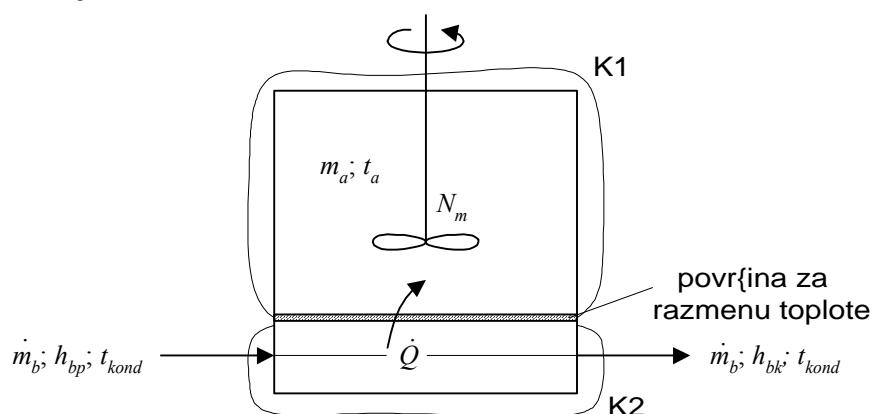
па тренутна топлотна снага која се размеђује преко површине за размену топлоте износи

$$\dot{Q} = \dot{m}_b \cdot h_{bp} - \dot{m}_b \cdot h_{bk} = \dot{m}_b \cdot r_b \quad (09.81)$$

где су:

- h_{bp} , J/kg, специфична енталпија проточног флуида на улазу у апарат (сувозасићена пара);
- h_{bk} , J/kg, специфична енталпија проточног флуида на излазу из апарата (течност на температури кључања);
- r_b , J/kg, топлота кондензације проточног флуида

$$r_b = h_{bp} - h_{bk} \quad (09.82)$$



Слика 09.10 Шематски приказ шаржног размењивача топлоте са мешалицом код кога се радна материја загрева при кондензацији проточног флуида

На основу једначине (09.79) следи

$$k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_a) + N_m = m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.83)$$

односно

$$\frac{dt_a}{d\tau} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot t_a = \frac{N_m}{m_a \cdot c_a} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot t_{kond} \quad (09.84)$$

Опште решење диференцијалне једначине (09.84) гласи

$$t_a = C_1 + C_2 \cdot \exp\left(-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau\right) \quad (09.85)$$

а интеграционе константе C_1 и C_2 се добијају из почетног услова да је температура шарже $t_a = t_{ap}$ у почетном тренутку $\tau = 0$.

Температура радне материје у произвољном временском тренутку износи

$$t_a = t_{kond} + \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} - \left(t_{kond} + \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} - t_{ap}\right) \cdot \exp\left(-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau\right) \quad (09.86)$$

односно

$$t_a = t_{kond} + \Delta t_{am} - \left(t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}\right) \cdot \exp(-NTU_a) \quad (09.87)$$

где је Δt_{am} , °C, пораст температуре шарже услед рада мешалице

$$\Delta t_{am} = \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} \quad (09.88)$$

а NTU_a је дефинисан једначином (09.24).

Температура шарже у произвољном временском тренутку се може изразити и у бездимензионом облику

$$\Theta_a = \frac{t_{kond} + \Delta t_{a,m} - t_a}{t_{kond} + \Delta t_{a,m} - t_{a,p}} = \exp(-NTU_a) \quad (09.89)$$

Средња температуре шарже у току времена τ је дефинисана изразом (09.29) одакле се заменом (09.86) добија

$$t_{a,sr} = t_{kond} + \Delta t_{am} - (t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau\right) d\tau \quad (09.90)$$

Након интеграљења средња температура радне материје је

$$t_{a,sr} = t_{kond} + \Delta t_{am} - (t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} \quad (09.91)$$

или у бездимензионом облику

$$\Theta_{a,sr} = \frac{t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{a,sr}}{t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}} = \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} = \frac{1 - \Theta_a}{NTU_a} \quad (09.92)$$

Масени проток проточног флуида се мења у току времена и на основу (09.81) и (09.13) у произвољном временском тренутку износи

$$\dot{m}_b = \frac{\dot{Q}}{r_b} = \frac{k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_a)}{r_b} \quad (09.93)$$

односно

$$\dot{m}_b = \frac{k \cdot S_{rt}}{r_b} \cdot \left[(t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \exp(-NTU_a) - \Delta t_{am} \right] \quad (09.94)$$

Средњи масени проток проточног флуида је

$$\dot{m}_{b,sr} = \frac{\dot{Q}_{sr}}{r_b} = \frac{k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_{a,sr})}{r_b} \quad (09.95)$$

односно

$$\dot{m}_{b,sr} = \frac{k \cdot S_{rt}}{r_b} \cdot \left[(t_{kond} + \Delta t_{am} - t_{ap}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} - \Delta t_{am} \right] \quad (09.96)$$

при чему је средња топлотна снага која се размењује преко површине за размену топлоте

$$\dot{Q}_{sr} = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_{a,sr}) \quad (09.97)$$

На основу билансне једначине (09.79) за произвољни временски тренутак се добија

$$N_m \cdot \tau + \dot{Q}_{sr} \cdot \tau = m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap}) \quad (09.98)$$

односно

$$N_m \cdot \tau + k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_{a,sr}) \cdot \tau = m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap}) \quad (09.99)$$

На основу билансне једначине (09.80) следи

$$\dot{m}_{b,sr} \cdot h_{bp} \cdot \tau = \dot{Q}_{sr} \cdot \tau + \dot{m}_{b,sr} \cdot h_{bk} \cdot \tau \quad (09.100)$$

односно

$$\dot{m}_{b,sr} \cdot r_b \cdot \tau = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{kond} - t_{a,sr}) \cdot \tau \quad (09.101)$$

Средња топлотна снага загревања шарже износи

$$\dot{Q}_{a,sr} = \frac{m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap})}{\tau} \quad (09.102)$$

а средња топлотна снага за проточни флуид је

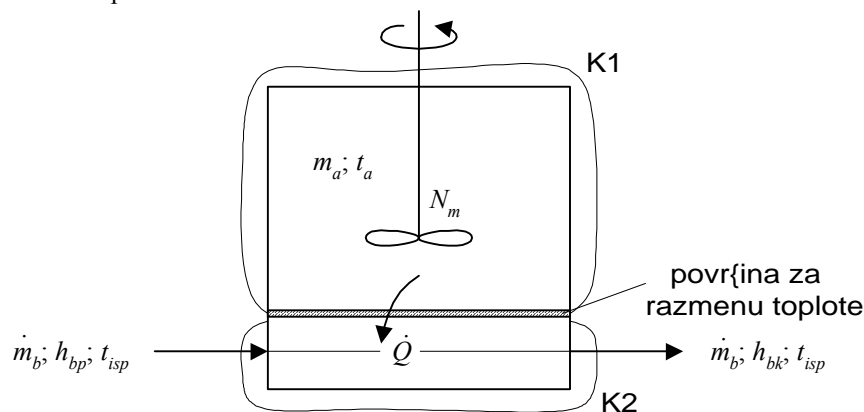
$$\dot{Q}_{b,sr} = \dot{m}_{b,sr} \cdot r_b \quad (09.103)$$

при чему је веза између њих дата изразом

$$\dot{Q}_{a,sr} - N_m = \dot{Q}_{sr} = \dot{Q}_{b,sr} \quad (09.104)$$

09.6 ХЛАЂЕЊЕ РАДНЕ МАТЕРИЈЕ У ШАРЖНОМ РАЗМЕЊИВАЧУ ТОПЛОТЕ ПОМОЋУ ПРОТОЧНОГ ФЛУИДА КОЈИ ИСПАРАВА

На слици 09.11 приказан је шаржни размењивач топлоте са мешалицом код кога се хлађење радне материје одвија при испаравању проточног флуида. На улазу у апарат проточни флуид је течност на температури кључања, а на излазу је сувозасићена пара.



Слика 09.11 Шематски приказ шаржног размењивача топлоте са мешалицом код кога се радна материја хлади на рачун испаравања проточног флуида

Једначина топлотног биланса за радну материју (контура К1) гласи

$$N_m = \dot{Q} + m_a \cdot c_a \cdot \frac{dt_a}{d\tau} \quad (09.105)$$

За проточни флуид једначина топлотног биланса (контура К2) је

$$\dot{m}_b \cdot h_{bp} + \dot{Q} = \dot{m}_b \cdot h_{bk} \quad (09.106)$$

одакле је

$$\dot{Q} = \dot{m}_b \cdot h_{bk} - \dot{m}_b \cdot h_{bp} = \dot{m}_b \cdot r_b \quad (09.107)$$

и где су:

- h_{bp} , J/kg, специфична енталпија проточног флуида на улазу у апарат (течност на температури кључања);
- h_{bk} , J/kg, специфична енталпија проточног флуида на излазу из апарата (сувозасићена пара);
- r_b , J/kg, топлота испаравања проточног флуида

$$r_b = h_{bk} - h_{bp} \quad (09.108)$$

На основу једначине (09.105) добија се диференцијална једначина

$$\frac{dt_a}{d\tau} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot t_a = \frac{N_m}{m_a \cdot c_a} + \frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot t_{isp} \quad (09.109)$$

чијим се решавањем, уз почетни услов да је температура шарже t_{ap} у почетном тренутку $\tau = 0$, добија једначина промене температуре шарже по времену у облику

$$t_a = t_{isp} + \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} + \left(t_{ap} - t_{isp} - \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} \right) \cdot \exp\left(-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau \right) \quad (09.110)$$

односно

$$t_a = t_{isp} + \Delta t_m + \left(t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_m \right) \cdot \exp(-NTU_a) \quad (09.111)$$

где је Δt_{am} , °C, пораст температуре шарже услед рада мешалице

$$\Delta t_{am} = \frac{N_m}{k \cdot S_{rt}} \quad (09.112)$$

Температура шарже у бездимензионом облику је

$$\Theta_a = \frac{t_a - t_{isp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am}} = \exp(-NTU_a) \quad (09.113)$$

Средња температуре шарже у току времена τ је дефинисана изразом (09.29). После замене једначине (09.110) добија се

$$t_{a,sr} = t_{isp} + \Delta t_{am} + \left(t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am} \right) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{k \cdot S_{rt}}{m_a \cdot c_a} \cdot \tau \right) d\tau \quad (09.114)$$

те се након интегралања добија

$$t_{a,sr} = t_{isp} + \Delta t_{am} + \left(t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am} \right) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} \quad (09.115)$$

односно у бездимензионом облику

$$\Theta_{a,sr} = \frac{t_{a,sr} - t_{isp} - \Delta t_{am}}{t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am}} = \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} = \frac{1 - \Theta_a}{NTU_a} \quad (09.116)$$

Тренутна топлотна снага која се размењује преко површине за размену топлоте износи

$$\dot{Q} = k \cdot S_{rt} \cdot (t_a - t_{isp}) \quad (09.117)$$

а средња топлотна снага за време обављања операције је

$$\dot{Q}_{sr} = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{isp}) \quad (09.118)$$

Масени проток проточног флуида је променљив у току обављања операције и у произвољном временском тренутку износи

$$\dot{m}_b = \frac{\dot{Q}}{r_b} = \frac{k \cdot S_{rt} \cdot (t_a - t_{isp})}{r_b} = \frac{k \cdot S_{rt}}{r_b} \cdot [\Delta t_{am} + (t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am}) \cdot \exp(-NTU_a)] \quad (09.119)$$

док је средња вредност протока

$$\dot{m}_{b,sr} = \frac{\dot{Q}_{sr}}{r_b} = \frac{k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{isp})}{r_b} \quad (09.120)$$

односно

$$\dot{m}_{b,sr} = \frac{k \cdot S_{rt}}{r_b} \cdot \left[\Delta t_{am} + (t_{ap} - t_{isp} - \Delta t_{am}) \cdot \frac{1 - \exp(-NTU_a)}{NTU_a} \right] \quad (09.121)$$

На основу билансне једначине (09.105) следи

$$N_m \cdot \tau = \dot{Q}_{sr} \cdot \tau + m_a \cdot c_a \cdot (t_a - t_{ap}) \quad (09.122)$$

односно

$$N_m \cdot \tau + m_a \cdot c_a \cdot (t_{ap} - t_a) = k \cdot S_{rt} \cdot (t_{a,sr} - t_{isp}) \cdot \tau \quad (09.123)$$

Средње топлотна снага хлађења шарже износи

$$Q_{a,sr} = \frac{m_a \cdot c_a \cdot (t_{ap} - t_a)}{\tau} \quad (09.124)$$

а средња топлотна снага са стране проточног флуида је

$$Q_{b,sr} = \dot{m}_{b,sr} \cdot r_b \quad (09.125)$$

па се веза средњих топлотних снага може дати у облику

$$Q_{a,sr} + N_m = \dot{Q}_{sr} = Q_{b,sr} \quad (09.126)$$

Ознаке

c , J/(kg · K),	специфични топлотни капацитет флуида при сталном притиску
h , J/kg,	специфична енталпија
k , W/(m ² · K),	коэффициент пролаза топлоте
m , kg,	маса
\dot{m} , kg/s,	масени проток
N_m , W,	ефективна снага мешалице
NTU ,	број јединица преноса
Q , J,	количина топлоте
\dot{Q} , W,	топлотна снага
R ,	однос топлотних еквивалената
r , J/kg,	топлота промене фазе

$S, m^2,$	површина
$S_{rt}, m^2,$	површина за размену топлоте (површина размењивача топлоте)
$t, ^\circ C,$	температура
$\Delta t, ^\circ C,$	погонска сила процеса (разлика температура топлијег и хладнијег флуида)
$\Delta t_{am}, ^\circ C,$	повишење температуре радне материје услед рада мешалице
$\tau, s,$	време
$\Theta,$	температура у бездимензионом облику
$\mathcal{G}_m,$	повишење температуре радне материје услед рада мешалице у бездимензионом облику

Индекси

$a,$	радна материја
$b,$	проточни флуид
$исп,$	испаривање
$к,$	крајње стање (излаз)
$конд,$	кондензација
$лн,$	логаритамски осредњено
$м,$	мешалица
$мах,$	максимално
$п,$	почетно стање (улаз)
$ср,$	средње (осредњено)

Литература

- 09.1 Јаћимовић, Б., Генић, С., Спасеновић, Б.: Испитивање перформанси загрејача воде - акумулатора топлоте, КГХ бр. 4, стр. 43-45, 1991.